

§ 2. Создание линейного программирования

Линейное программирование является разделом математики, в котором исследуются задачи нахождения экстремума линейной функции на допустимом множестве, определяемом линейными неравенствами и уравнениями. Оно было открыто Л. В. Канторовичем в 1939 г. при решении экономической задачи и в дальнейшем наибольшее применение нашло в экономике. Истории развития линейного программирования как отрасли математики посвящен ряд работ ([Вайнштейн, 1966], [Романовский, 1970], [Рубинштейн, 1959], [Brentjies, 1985]). Мы даем наиболее подробное изложение истории линейного программирования, при этом особое внимание уделяется его экономическим приложениям.

Одной из экономико-математических задач, решаемой методами линейного программирования, является транспортная задача. Первые постановки этой задачи были осуществлены в конце 20-х годов, при планировании перевозок. Результаты этих исследований опубликованы в сборнике «Планирование перевозок» в 1930 г. Попытки применить математические методы в планировании перевозок естественны. На транспорте часто возникают задачи, в которых необходимо определить минимум затрат при заданных объемах перевозок. Еще в 1929 г. утверждалось, что при планировании перевозок задача состоит в том, чтобы «затратить на переброску товаров наименьшее количество материально-хозяйственных ценностей» [Непомнящий, 1929, с. 63]. В сборнике «Планирование перевозок» дана практически современная формулировка: «Основной задачей плана соединения исходных пунктов груза с местами назначения является достижение наименьших затрат при выполнении перевозок всей суммы грузов» [Планирование перевозок, 1930, с. 10].

Наибольший интерес в сборнике представляет статья А. Н. Толстого «Методы нахождения суммового километража при планировании перевозок в пространстве» [Там же, с. 23–55]. В ней впервые сформулирована транспортная задача. Заданы пункты отправления грузов и запасы в них, пункты назначения и потребности в них, а также расстояния между пунктами отправления и назначения. Необходимо определить план перевозок, обеспечивающий наименьший суммарный пробег грузов. Отметим, что речь шла о грузах одного вида, что естественно — транспортная задача для различных грузов значительно сложнее. Для случая, когда в задаче задавалось только два пункта отправления или назначения, А. Н. Толстой разработал точный алгоритм решения. Оптимальное решение определялось и для более сложного случая, когда пункты отправления и назначения связаны дорогами, на которых расположены пункты, образующие замкнутый контур («круг»). Для своего времени это был важный результат.

Составители рассматриваемого сборника не сомневались в практической осуществимости своих рекомендаций. В заключительной статье го-

ворилось, что «в 1930/31 хозяйственном году транспортная работа союзных объединений должна иметь в своей основе рациональный план перевозок массовых грузов» [Там же, с. 96]. В конце книги был раздел, содержащий рассчитанные авторами планы перевозок рафинада, соли, галош, спичек в масштабах всего СССР. Однако в дальнейшем подход А. Н. Толстого практического использования не получил [Лурье, 1964, с. 139]. Последующие его работы [Толстой, 1939, 1941] содержали лишь упрощенное изложение идей первой статьи.

Причиной того, что математические методы рационализации перевозок не внедрялись, различны. Конечно, это объяснялось как научными трудностями — не было общего алгоритма решения, отсутствовала вычислительная техника, так и экономическими факторами — планирование перевозок в тонно-километрах не способствовало рационализации перевозок. Несомненно, большую роль сыграло общее предубеждение против математических методов у экономистов. Но главной причиной того, что математические методы не внедрялись на транспорте, была политическая атмосфера того времени.

Характерна история так называемого «предельческого вредительства». Группа специалистов доказывала, что существует предельная пропускная способность железных дорог, обусловленная технологическими характеристиками поездов, рельс и т. д. Эти ученые были объявлены вредителями, а технологически безопасные нормативы скорости поездов, нагрузки на железнодорожное полотно были перекрыты. Разумеется, это привело к росту аварий и катастроф. Официальное объяснение этого было дано в журнале ЦК ВКП(б) «Большевик»: «После разгрома „предельческого“ вредительства, под прикрытием псевдонауки снижавшего на половину провозоспособность транспорта, эти изверги перешли к устройству крушений, аварий» [Рабичев, 1937, с. 51].

Правда, в принципе необходимость рационализации транспорта признавалась. В речи на XVIII съезде ВКП(б) организатор разгрома «предельческого вредительства», как его тогда называли — «железный нарком» путей сообщения, Л. М. Каганович сказал: «Есть еще один резерв, большой резерв, на который указывал нам товарищ Сталин. Этот резерв — упорядочение перевозок, ликвидация нерациональных встречных и дальних перевозок» [XVIII съезд ВКП(б), с. 261]. Однако, поскольку встречные грузопотоки и нерациональные перевозки считались результатом «последствий вредительства троцкистско-бухаринских агентов» [В Госплане СССР, 1938, с. 167], ясно, что основные усилия по улучшению работы транспорта не были направлены на внедрение математических методов.

В этой обстановке в 1938 г. математик Л. В. Канторович, работавший в Ленинградском университете, занялся решением задачи, предложенной инженерами лаборатории Фанерного треста. В своей работе «Мой путь в

науке», опубликованной посмертно, Л. В. Канторович отмечал, что всегда имел интерес к экономике, а в 1929 г. во время студенческой практики даже работал экономистом в Ташкенте под руководством М. Спиридоновой, бывшей одним из лидеров партии левых эсеров. В 1934 г. он был делегатом Второго всесоюзного съезда математиков, на котором Г. М. Кржижановский высказался, правда, в самой общей форме, за использование математики в планировании [Труды..., 1935, с. 88].

Предложенная Л. В. Канторовичу задача заключалась в распределении различного сырья по разным обрабатывающим станкам с целью максимизации выпуска продукции в заданном ассортименте. Размышление над этой задачей привело его к выводу о том, что вопросы наилучшего распределения работы станков, максимального уменьшения расходов, наилучшего использования сырья, транспорта и т. п. — приводили к одной и той же группе математических задач, задач определения экстремума линейной функции при линейных ограничениях. Отметим, что в это время Л. В. Канторович еще не был знаком с работой А. Н. Толстого (см. [Леонид Витальевич Канторович..., 2002, с. 20]).

Задачу Фанерного треста Л. В. Канторович записал следующим образом. Имеется n станков, на которых может выпрабатываться m разных видов продукции. Пусть производительность i -го станка есть α_{ik} единиц продукта k -го вида за рабочий день. Нужно организовать такую работу станков, чтобы выпуск продукции (при заданном соотношении $p_1 : p_2 : \dots : p_m$ между отдельными видами ее) был максимален. Если обозначить через h_{ik} время, в течение которого i -й станок занят под изготовление k -го вида продукции, то для определения h_{ik} имеем следующие условия:

$$\begin{aligned} h_{ik} &\geq 0, \quad i \in 1:n, \quad k \in 1:m \\ \sum_{k=1}^m h_{ik} &= 1, \quad i \in 1:n \\ \frac{\sum_{k=1}^m h_{i1} \alpha_{i1}}{p_1} &= \dots = \frac{\sum_{k=1}^m h_{im} \alpha_{im}}{p_m} = z. \end{aligned}$$

При этом z должно быть максимальным. (Цит. по: [Применение математики..., 1959, с. 259–260]).

Отметим, что задаваемые соотношения между видами продукции не являются существенными — достаточно положить $\bar{\alpha}_{ik} = \alpha_{ik} / p_k$.

Известно, что если в задаче линейного программирования существует оптимальный план, то существует и оптимальный план в одной из экстре-

мальных точек многогранного выпуклого множества, задаваемого ограничениями задачи. Следовательно, в простых случаях задачу легко решить последовательным перебором экстремальных точек. Однако, с ростом размерности задачи число экстремальных точек быстро растет, а поскольку экстремальная точка в R^n задается пересечением n независимых гиперплоскостей, то для нахождения каждой из них необходимо решить систему из n уравнений. Л. В. Канторович отмечал, что в предложенной Фанерным трестом задаче при пяти станках и восьми видах материалов полный перебор потребовал бы решения примерно миллиарда систем линейных уравнений, что нереально [Канторович, 1987, с. 200].

Для решения рассматриваемой задачи Л. В. Канторович разработал метод, при котором с каждым ограничением связана оценка, называемая разрешающим множителем. Идею метода он пояснил примером, в котором производились две детали. Тогда задача выглядит так: определить h_{i1} и h_{i2} из следующих условий:

$$\begin{aligned} 1) & \quad h_{i1} \geq 0, \quad h_{i2} \geq 0 \\ 2) & \quad h_{i1} + h_{i2} = 1 \\ 3) & \quad \sum_{i=1}^n \alpha_{i1} h_{i1} = \sum_{i=1}^n \alpha_{i2} h_{i2} = z, \end{aligned}$$

где величина z имеет максимально возможное значение [Применение..., 1959, с. 277].

Основная идея решения задачи заключалась в том, что рассматривались величины $k_i = \alpha_{i2}/\alpha_{i1}$. Можно считать, что $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ и т. д. В этом случае на первых станках выгоднее производить первую деталь (здесь значение относительной трудоемкости по первой детали является минимальным), а на последних — вторую. Нужно определить такой номер s , что $\sum_{i=1}^{s-1} \alpha_{i1} < \sum_{i=s}^n \alpha_{i2}$ и $\sum_{i=1}^s \alpha_{i1} \geq \sum_{i=s+1}^n \alpha_{i2}$. Это значит, что отвести $(s-1)$ станков под деталь вида I недостаточно — деталей вида II будет произведено больше, чем нужно, а отвести s станков достаточно или много. Тогда нужно задать величины $h_{i2} = 0, h_{i1} = 1$, для $i \in (1; s-1)$ и положить $h_{i1} = 0, h_{i2} = 1$ для $i \in (s+1; n)$. Значения же h_{s1} и h_{s2} следует определить из следующих условий:

$$h_{s1} + h_{s2} = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^{s-1} \alpha_{i1} + h_{s1} \alpha_{s1} = \sum_{i=s}^n \alpha_{i2} + h_{s2} \alpha_{s2}.$$

Л. В. Канторович отмечал, что решение данной задачи фактически эквивалентно нахождению отношения $k_s = \frac{\alpha_{s2}}{\alpha_{s1}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, которое определяет распределение деталей по станкам. Величины λ_1 и λ_2 и есть разрешающие множители. Соответствующее обобщение может быть сделано произвольного числа деталей.

Свои результаты Л. В. Канторович изложил в брошюре «Математические методы организации планирования производства», изданной в 1939 г. в Ленинградском государственном университете тиражом в 1000 экземпляров. В ней наряду со станковой задачей рассматривались и другие проблемы: наиболее полное использование механизмов, максимальное уменьшение отходов, максимальное использование комплексного сырья, наиболее рациональное использование топлива, наилучшее выполнение плана строительства при наличии различных строительных материалов, наилучшее распределение посевной площади, наилучший план перевозок. В приложении к брошюре Л. В. Канторович привел аналитическое и геометрическое доказательство метода разрешающих множителей.

В геометрическом доказательстве показано, что разрешающие множители являются коэффициентами гиперплоскости, разделяющей некоторые выпуклые множества, определяемые условиями исходной экстремальной задачи. Это означает, что Л. В. Канторович уже в 1939 г. понимал все аспекты линейного программирования, и в том числе роль теорем отделимости и теории двойственности. За эту книгу Л. В. Канторович, единственный из советских ученых, получил Нобелевскую премию по экономике (совместно с Т. Купмансом в 1975 г.).

Идеи Л. В. Канторовича долго не признавались советскими экономистами. Более того, когда он выступал с докладами о своей работе, ему возражали, что в ней «используются математические методы, а на Западе математическая школа в экономике — средство апологетики капитализма» [Канторович, 1987, с. 201]. Л. В. Канторович вспоминал, что на одном из обсуждений Б. С. Ястремский сказал ему, что он говорит об оптимуме, и В. Парето говорил об оптимуме, а В. Парето — фашист. (Магнитофонная пленка с записью воспоминаний Л. В. Канторовича хранится в его архиве. Сообщено автору И. В. Романовским).

В связи с этим Л. В. Канторович при написании брошюры был вынужден «максимально избегать термина „экономическое“, а говорить об организации и планировании производства» [Там же]. Он также не смог детально изложить свое понимание экономического смысла разрешающих множителей. Несмотря на это, Л. В. Канторович описал ряд важных свойств разрешающих множителей.

Во-первых, он отметил, что они являются «показателями эквивалентности для разных деталей» при оптимальной программе и, во-вторых, с их помощью решается вопрос об изменениях в оптимальном значении целевой функции, связанных с небольшими вариациями в программе [Применение..., 1959, с. 296]. До этого экономическая наука знала два вида эквивалентности разнородных потребительных стоимостей — это стоимость и полезность. Разрешающие множители дают третий вид эквивалентности, и неудивительно, что впоследствии остро встал вопрос о их соотношении с первыми двумя.

Встретившись с критическим отношением экономистов к математическим методам, Л. В. Канторович в своей работе решил рассмотреть возражения, которые делались против применения математики в технико-экономических расчетах. Эти возражения были связаны с тем, что многие обстоятельства учесть математически невозможно, для применения метода разрешающих множителей нужно иметь много данных, эти данные не имеют точного характера, эффект от применения математических расчетов составляет всего 4–5 %, порой их невозможно внедрить из-за организационных препятствий.

По поводу этих возражений Л. В. Канторович писал, что с помощью его метода можно учесть многие факторы, что требуемые для расчетов данные нужны и для нормальной плановой работы, в сущности, они используются и для любого другого способа составления плана. В связи с этим неточность данных не имеет особого значения. Эффект от использования математических расчетов был бы очень велик при их массовом применении, даже если бы он составлял всего 1 %. По мнению Л. В. Канторовича, если будет доказана эффективность применения оптимального плана, то организационные изменения, способствующие внедрению результатов расчетов будут осуществлены [Там же, с. 276–277]. Аргументация Л. В. Канторовича была правильной, хотя он явно недооценивал организационных препятствий для внедрения оптимизационных методов.

К сожалению, в литературе нет упоминания о судьбе расчетов, сделанных для Фанерного треста. М. К. Гавурин, входивший в группу молодых сотрудников Л. В. Канторовича, сообщил автору, что результаты расчетов были переданы заказчику, который был вполне доволен работой.

Впоследствии Л. В. Канторович продолжил более глубокую разработку как частных проблем, намеченных в книге, так и общих вопросов применения математического метода в экономике. В 1940 г. он опубликовал математический вариант своих результатов, изложенных в брошюре 1939 г., — статью «Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем» [Канторович, 1940]. В ней сформулирован критерий оптимальности для задачи минимизации выпуклого функционала на компактном множестве, заключавшийся в существовании ли-

нейного функционала, достигающего минимума в той же точке, что и выпуклый функционал, и опорного к графику функционала. И. В. Романовский отмечал, что «в современных терминах этот линейный функционал задает решение двойственной задачи» [Романовский, 1970, с. 265].

То, что было найдено решение задачи линейного программирования в общем виде, позволило перейти к решению частных экономических задач. Первой была решена транспортная задача. Статья об этом была подготовлена Л. В. Канторовичем и Гавуриным в 1940 г. и сдана в журнал «Железнодорожный транспорт». Однако, как впоследствии отмечал Л. В. Канторович, «из-за математикобоязни ни в нем, ни в каком-либо другом журнале тогда напечатана не была» [Канторович, 1987, с. 202].

Абстрактный вариант транспортной задачи Л. В. Канторович опубликовал в статье «О перемещении масс» [Канторович, 1942]. В ней была сформулирована задача о прикреплении пунктов потребления к пунктам производства. В каждом пункте A_i , $i \in (1:m)$, производится a_i вагонов груза в сутки. В каждом из пунктов B_j , $j \in (1:n)$, потребляется b_j вагонов груза в сутки. Заданы затраты r_{ij} по перевозке одного вагона из пункта A_i в пункт B_j . Требовалось прикрепить пункты потребления к пунктам производства так, чтобы суммарные затраты по перевозке оказались наименьшими. Этой формулировкой транспортной задачи пользуются и сегодня. В статье вводилась некоторая функция перемещения масс и доказывалось, что для ее минимальности было необходимо и достаточно существование функции потенциала, которая строилась при доказательстве. Отмечалось также, что совместная статья Л. В. Канторовича и М. К. Гавурина о решении транспортной задачи находилась в печати. (Опубликовать статью удалось лишь в 1949 г.)

Летом 1940 г. по инициативе В. В. Новожилова, произошло их знакомство с Л. В. Канторовичем. В 1940–1941 г. ими был организован совместный семинар в Политехническом институте, на котором обсуждались экономические проблемы. Это знакомство оказалось полезным для обоих ученых. Работа семинара была прервана войной.

С началом войны Л. В. Канторович был привлечен к решению военных задач (см. [Канторович, 1942а] и [Канторович, 1944]). Интересно отметить, что в [Канторович, 1942а] используются идеи, предложенные ранее для решения экономических задач. В январе 1942 г. Высшее инженерно-техническое училище Военно-морского флота, в котором служил Л. В. Канторович, было перемещено из блокадного Ленинграда в Ярославль, где он начал и к ноябрю 1942 г. завершил большую рукопись «Экономический расчет наиболее целесообразного использования ресурсов». Этот труд, при поддержке академика С. Л. Соболева, бывшего

тогда депутатом Верховного Совета РСФСР, направлялся в Госплан и был рассмотрен заместителями Госплана В. Н. Старовским и Г. П. Косяченко, но не был одобрен.

Л. В. Канторович докладывал эту работу в Математическом институте АН СССР (в то время располагавшемся в Казани), выступил с ее обсуждением в 1943 г. в Институте экономики на семинаре К. В. Островитянова [Канторович, 1987, с. 203–204]. Экономисты не поддержали его идей и он решил, что «необходимо на определенное время оставить эти работы. Их продолжение становилось опасным. Как я узнал впоследствии, мои предположения были небезосновательными» [Там же].

Только в 1949 г., после присуждения за работу в области функционального анализа Сталинской премии (прикладные аспекты этой работы имели большое значение для вычислений, связанных с атомным проектом), Л. В. Канторовичу удалось вернуться к применению математики в экономике.

Еще в 1940 г. Л. В. Канторович поручил рассчитать оптимальный план распила бревен своему аспиранту Г. М. Хесину, который вскоре ушел на фронт и погиб. После того, как его ученик В. А. Залгаллер вернулся с фронта, Л. В. Канторович предложил ему продолжить эту работу. Расчеты были достаточно сложными — 14 классов бревен, 12000 возможных установок пил, 70 типов досок (см. [Залгаллер, 1998, с. 450]).

Л. В. Канторович совместно со В. А. Залгаллером разработал общий метод решения задачи рационального раскроя материалов. Этот метод был пригоден для решения произвольных задач линейного программирования и в принципе совпадал с модифицированным симплекс-методом Д. Данцига [Романовский, 1970, с. 264]. В 1949 г. Л. В. Канторович опубликовал статью об оптимальном раскрое пиломатериалов [Канторович, 1949]. Результаты разработок по решению раскройных задач, проведенных им и В. А. Залгаллером, нашли отражение в их совместной книге. Их исследования показали, что оптимизационные расчеты позволяли «повысить использование материала при раскрое на 2–5 % для линейных материалов по сравнению с прежним фактическим расходом» [Канторович, Залгаллер, 1951, с. 9] (см. также [Залгаллер, 1956]).

Теоретические результаты, полученные при изучении раскройных задачи, были сразу применены на практике. В. А. Залгаллер в 1949 г. впервые в мире осуществил решение раскройной задачи на Ленинградском вагоностроительном заводе им. Егорова. В 1949 г. раскройная задача решалась также Г. Ш. Рубинштейном на Кировском заводе. В то же время осужденный вместе с другими учеными Конъюнктурного института и находящийся в ссылке на Алтае Я. П. Герчук пытался внедрить методы рационального раскроя на Рубцовском тракторном заводе [Каценелинбойген, 1981, с. 195–196].

Однако, существовавший в тот период хозяйственный механизм не был нацелен на стимулирование рационального расхода материалов. Первые опыты по оптимизации раскроя привели не только к росту выпуска продукции и уменьшению отходов, но и к невыполнению плана по поставкам вторичного сырья, что сказалось на работе ряда металлургических предприятий [Лурье, Нит, 1973, с. 53]. В связи с этим в рассматриваемый период эти методы не нашли широкого применения.

В 1949 г. удалось опубликовать совместную статью Л. В. Канторовича и М. К. Гавурина, посвященную транспортной задаче [Канторович, Гавурин, 1949]. В самой статье было дано подробное обоснование метода потенциалов, раскрыто их значение как территориальных цен для грузов, рассмотрена задача рационального размещения производства. «В печатном виде это было сильно сокращено по сравнению с рукописным вариантом, который, к сожалению, утерян» [Канторович, 1987, с. 202]. Утерянными, по-видимому, оказались и плакаты, на которых было изложение метода, и таблицы расчетов, по которым в январе 1941 г. М. К. Гавурин делал доклад о транспортной задаче в Ленинградском Доме ученых. Он сообщил автору, что они длительное время хранились у него, а затем были переданы Л. В. Канторовичу.

Наряду с работами по рациональному раскрою, осуществлялись и другие попытки применить методы, предложенные Л. В. Канторовичем. Его ученики И. В. Санов, Г. П. Акилов и А. А. Иванов на материалах завода им. К. Маркса в Ленинграде осуществляли расчеты по определению рационального соотношения объема задела и размеров партии при серийном производстве. В рассматриваемый период, однако, такие работы не приобрели массового характера.

В том, что линейное программирование было открыто в СССР, сыграли свою роль различные факторы. Определенную роль сыграло и то, что вопросы рациональной организации производства достаточно активно обсуждались советскими учеными. Другим существенным обстоятельством было существование в Ленинграде и Москве сильной школы экономистов в области организации производства. Многие из них хорошо знали математику. (Одним из примеров этого является статья А. Киселева, в которой решалась задача наилучшей загрузки узких мест на предприятии [Киселев, 1939]). Вместе с тем следует подчеркнуть, что это открытие мог осуществить только такой выдающийся ученый, как Л. В. Канторович.

Открытие линейного программирования, дающего возможность организации производства с учетом оптимизации использования сырья, загрузки оборудования, транспорта, создавало хорошие возможности для роста производительности труда. Однако массового применения методы линейного программирования не получили.

Большую роль в этом сыграло существовавшее в тот период негативное отношение к применению математики в экономике. Мы уже писали о той критике со стороны экономистов, которой подвергался Л. В. Канторович. Не случайно в его работах этого периода не употреблялись понятия «политическая экономия», «экономическая наука», а говорилось в лучшем случае о «техничко-экономических расчетах». Еще одна причина заключалась в том, что массовые расчеты потребовали бы соответствующей вычислительной техники, отсутствующей в тот период. Сами методы, безусловно, нуждались в дальнейшем совершенствовании. Однако, уже при первых попытках внедрения результатов расчетов выявилась более существенная причина, сдерживавшая применение экономико-математических разработок — оптимальные решения не вписывались в существовавшие экономические отношения и методы управления.

Идеи Л. В. Канторовича получили неоднозначную оценку не только советских, но зарубежных экономистов. Анализ того, какой отклик получили экономические идеи Л. В. Канторовича на Западе, представляет большой интерес. Прежде всего, на Западе его работам фактически уделялось больше внимания, чем в СССР. Рассмотрение того, как менялись западные оценки вклада Л. В. Канторовича в развитие линейного программирования, позволяет лучше понять историю этого раздела математики. Главным же является то, что в работах западных экономистов были четко сформулированы некоторые идеи, которые не обсуждались и не могли свободно обсуждаться в СССР. Речь идет о том влиянии, которое Л. В. Канторович оказал на советскую экономическую науку. (Обсуждение этих вопросов будет проведено в § 3 четвертой главы).

Рассматривая историю линейного программирования, нужно отметить, что на Западе о работах Л. В. Канторовича долгое время ничего не было известно, и оно было вновь открыто Д. Данцигом, разработавшим известный симплекс-метод. Заслуга ознакомления западных ученых с трудами Л. В. Канторовича принадлежала Т. Купмансу. Первую информацию о них он получил от М. Флада, которому в 1949 г., после его лекции о транспортной задаче, М. Шифман сказал, что с идеями, сходными с изложенными в лекции, он познакомился в статье Л. В. Канторовича «О перемещении масс», опубликованной в 1942 г. Ссылки на эту работу появились в статьях М. Флада, который упомянул Л. В. Канторовича в числе авторов, исследовавших вычислительные аспекты транспортной задачи [Flood, 1952, 1953]. Т. Купманс ознакомился с этими ссылками в 1956 г. и написал письмо Л. В. Канторовичу, попросив копии его работ. Тот выслал в ответ копии своей брошюры 1939 г. и совместной с М. К. Гавуриным статьи, в которой решалась транспортная задача. В своем письме Л. В. Канторович отмечал, что статья была написана в 1940 г., но её опубликование «было отложено в связи с военными трудностями» [Koormans, 1960, с. 363]. Не-

желание Л. В. Канторовича обсуждать политический аспект ситуации вполне можно понять.

Т. Купманс в предисловии к английскому переводу работы 1939 г. писал, что эти две работы «являются замечательными документами в истории науки управления, линейного программирования и экономической науки в целом» [Там же]. Он отметил, что одна из рассмотренных в брошюре 1939 г. Л. В. Канторовичем задач (задача С) была эквивалентна общей задаче линейного программирования.

Х. Скарф, в соответствии с идеей Л. В. Канторовича, показал, что эта задача может быть сведена к антагонистической игре двух лиц. Такая игра, в свою очередь, эквивалентна задаче линейного программирования. Это существенно, поскольку самого термина линейное программирование Л. В. Канторович не употреблял, и рассматриваемые им задачи не являлись, вообще говоря, линейными. Т. Купманс дал высокую оценку работе Л. В. Канторовича 1939 г., назвав ее классической, и отметил, что разрешающие множители соответствовали эффективным ценам в западной экономической литературе.

Такой подход к работе Л. В. Канторовича не был единодушным. В 1962 г. А. Чарнс и У. Купер опубликовали статью «О некоторых работах Канторовича, Купманса и других» [Charnes, Cooper, 1962]. По их мнению, «в важнейших пунктах статьи Л. В. Канторовичу недостает точности», а Т. Купманс «не дает адекватной оценки этой недостаточной точности» [Там же, с. 246]. Они отметили, что любая антагонистическая игра двух лиц имеет ситуацию равновесия и конечную цену игры и, следовательно, не будет эквивалентности между игрой и задачей линейного программирования, в которой целевая функция не ограничена или допустимое множество пусто.

По-видимому, авторы видели в этом подтверждение отсутствия в подходе Л. В. Канторовича той общности, которую усматривал в нем Т. Купманс. На это замечание последний, однако, вполне резонно возразил, что «доказательство эквивалентности задачи линейного программирования задаче С Канторовича справедливо для всех задач линейного программирования, имеющих оптимальное решение — несомненно наиболее важного класса» [Koortmans, 1962, с. 264].

А. Чарнс и У. Купер также считали, что отождествление разрешающих множителей и эффективных цен было неправомерным, поскольку множители использовались Л. В. Канторовичем лишь для решения исходной задачи и, в лучшем случае, для анализа чувствительности оптимального решения. По их мнению, во время написания своей работы в 1939 г. Л. В. Канторович не пришел еще к идее эффективных цен [Charnes, Cooper, 1962, с. 255]. Они также считали недостатками то, что в постановках задач Л. В. Канторович использовал, в основном, уравнения и что точного алгоритма разрешающих множителей опубликовано не было.

Представляется, что эти упреки — следствие недопонимания американскими математиками реальностей советской жизни конца 30-х годов. В этот период никто открыто не решался выступать за применение математики в экономике. Из-за этого Л. В. Канторович при написании брошюры был вынужден «максимально избегать термина „экономическое“, а говорить об организации и планировании производства» и «значение разрешающих множителей пришлось дать на окраине приложения и полужошовским языком» [Канторович, 1987, с. 201]. Отметим, что к 1962 г., когда А. Чарнс и У. Купер издали свою статью, уже были опубликованы работы, из которых можно было узнать, что происходило с советской экономической наукой в 30-е годы — [Grossman, 1953], [Leontief, 1960]. Что говорить о 1939 годе, если даже в 1987 году, в разгар перестройки, при публикации воспоминаний Л. В. Канторовича «Мой путь в науке» редакция журнала «Успехи математических наук» вычеркнула следующую фразу: «Марксова теория капиталистического хозяйства, в особенности в части, относящейся к третьему тому «Капитала», выглядела научно стройной и содержательной». По-видимому, в этой фразе был усмотрен намек на то, что первые два тома менее стройны либо менее содержательны. Полный текст воспоминаний был опубликован лишь в 2002 году (см. [Леонид Витальевич Канторович..., 2002, с. 49–50]).

Создается также впечатление, что А. Чарнс и У. Купер не обратили должного внимания на геометрическое доказательство существования оптимального плана в работе Л. В. Канторовича и на то, что разрешающие множители — коэффициенты гиперплоскости, разделяющие соответствующие выпуклые множества. Ясно, что Л. В. Канторович уже в 1939 г. понимал роль двойственности в экономическом анализе, хотя двойственная задача линейного программирования не была им сформулирована. Нельзя забывать и о том, что первый вариант книги «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов» был завершен в 1942 г. (Отметим, что этот текст, по свидетельству А. А. Корбута, существенно отличался от того, который был впоследствии опубликован).

Конечно, трудно поверить, что такой математик, как Л. В. Канторович, не осознавал возможности задания выпуклых множеств с помощью неравенств. Форма задания ограничений диктовалась спецификой рассматриваемых задач. Что же касается алгоритма разрешающих множителей, то действительно, в брошюре он был изложен недостаточно строго. Это, однако, могло быть вызвано тем, что работа писалась для экономистов.

Конечно, А. Чарнс и У. Купер были не одиноки. Недооценку вклада Л. В. Канторовича допускал также Д. Данциг, писавший, что линейное программирование было неизвестно до 1947 г. и что «в СССР, в 1939 г. Канторович выдвинул предложения, которые игнорировались в течение двадцати лет» [Dantzig, 1984, с. 12]. В этом высказывании смешиваются

два утверждения: правильное — о том, что идеи Л. В. Канторовича игнорировались 20 лет, и неточное — о том, что линейное программирование было неизвестно вплоть до того, как этой проблемой стал заниматься сам Д. Данциг.

Постепенно, однако, адекватная оценка результатов, полученных Л. В. Канторовичем, становилась общепринятой. Так, в 1966 г. Л. Йохансен писал о работе Л. В. Канторовича, что «легко установить эквивалентность его „разрешающих множителей“ переменным двойственной задачи» [Johansen, 1966, с. 597]. Присвоение Л. В. Канторовичу, совместно с Т. Купмансом, Нобелевской премии по экономике в 1975 г. поставило все на свои места. Отметим, что именно Л. Йохансен опубликовал в связи с этим событием статью [Johansen, 1976], в которой дается подробное описание вклада Л. В. Канторовича в экономическую науку. К рассмотрению идей Л. В. Канторовича мы вернемся в следующей главе.

§ 3. Проблема эффективности капиталовложений

Первые подходы к использованию математики для определения относительной эффективности капиталовложений появились еще в конце 20-х годов (см. § 4 главы 2). В 30-е годы проблема эффективности капитальных вложений практически исчезает со страниц резко уменьшившихся числом и объемом экономических журналов. Причина такого явления заключалась в том, что эта проблема тесно связана с вопросом об определении структуры вложений в различные отрасли народного хозяйства. Хотя с формальной точки зрения более эффективными были вложения в легкую промышленность, для индустриализации страны и создания оборонного потенциала было осуществлено перераспределение ресурсов в пользу тяжелой промышленности. Это повлияло и на теоретические представления — многие экономисты стали считать, что распределение капитальных вложений вообще не должно основываться на экономических критериях. Этот подход выдавался за преимущества плановой системы хозяйства.

В начале 30-х годов вопросы эффективности все чаще получают субъективистскую трактовку. Основной принцип капиталовложений состоит в том, что «они должны дать оптимальный политический эффект», — писал Г. А. Руденко [Руденко, 1930, с. 23]. Он предложил свою формулу эффективности вложений, но сделал вывод о том, что она «следует судьбе всякой формулы: ее измерению доступно все то, что можно мерить числом. Для оценки остального нам придется заменить бессильные законы математики более действенным критерием революционной целесообразности» [Там же, с. 35].

Проблема абсолютной эффективности капиталовложений в рассматриваемый период уже не обсуждалась, а вопросы сравнительной эффективности рассматривались лишь во внутриотраслевом разрезе. В рамках