

# ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ АКТИВНЫХ СИСТЕМ



ГЕННАДИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ УГОЛЬНИЦКИЙ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И  
ПРОГРАММИРОВАНИЯ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ,  
МЕХАНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК  
ИМ. И.И. ВОРОВИЧА  
ЮЖНОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА,  
Д.Ф.-М.Н., ПРОФЕССОР

Семинар «ТЕОРИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОСПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭКОНОМИКЕ»

Москва, Институт экономики РАН

25 февраля 2025 года

# Теория управления устойчивым развитием активных систем (Ростов-на-Дону, ЮФУ)



Угольницкий  
Геннадий  
Анатольевич



Усов  
Анатолий  
Борисович



Горбанёва  
Ольга  
Ивановна





**ПОНЯТИЕ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ:  
ТРАДИЦИОННОЕ И НОВОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ**



**СОГЛАСОВАНИЕ  
ИНТЕРЕСОВ**



**УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ**



**ЖИЗНЕСПОСОБНОСТЬ**



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ



	<b>ЖИЗНЕСПОСОБНОСТЬ</b>	<b>СОГЛАСОВАНИЕ ИНТЕРЕСОВ</b>
<b>СЛАБАЯ ФОРМА</b>	<p>НЕЙТРАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТРАЕКТОРИИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ</p> $\forall t \in [t_0, T]$ $x(t) \in [x^* - \varepsilon, x^* + \varepsilon] (*)$	<p>СТРАТЕГИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ ИГРЫ</p> <p>(равновесия Нэша, Штакельберга и др.)</p>
<b>СИЛЬНАЯ ФОРМА</b>	<p>АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТРАЕКТОРИИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ</p> $(*) + \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$	<p>ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ ИГРЫ</p> <p>(решение остаётся оптимальным в любой подыгре на <math>[t_0, T]</math> )</p>

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ



## ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ

$$J_i = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_i(x(t), u(t), t) dt \rightarrow \max \quad (1)$$

$$u_i(t) \in U_i, i \in N \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t), \quad x(0) = x_0 \quad (3)$$

$$x(t) \in X^*, t \geq 0 \text{ (жизнеспособность)} \quad (4)$$

## УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ

$NE$  – множество равновесий Нэша в (1) - (3)

(заинтересованность)

$U^* = \{u \in U: \text{верно условие жизнеспособности}\}$

***Это совершенно различные множества!***

$$U_{SM} = NE \cap U^*$$

Если это множество не пусто, то задача управления устойчивым развитием имеет решение.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ



## ВВЕДЕНИЕ ЦЕНТРА

$$J_0 = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_i(x(t), u(t), t) dt \rightarrow \max \quad (5)$$

$$p(t) \in P, q(t) \in Q \quad (6)$$

$$J_i = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_i(x(t), p_i(t), u(t), t) dt \rightarrow \max \quad (7)$$

$$u_i(t) \in U_i(q_i(t)), i \in N \quad (8)$$

в силу (3) и (4) – теперь это ограничение Центра.

## УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ

$NE(p, q)$  – множество равновесий Нэша в игре агентов как оптимальная реакция на  $(p, q)$

$U^*(q) = \{u \in U(q) : \text{верно условие жизнеспособности (4)}\}$

$$U_{SM}(p, q) = NE(p, q) \cap U^*(q)$$

Если при некоторых  $(p, q)$  это множество не пусто, то задача управления устойчивым развитием имеет решение.



# МЕТОДЫ ИЕРАРХИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



	<b>ПРИНУЖДЕНИЕ</b>	<b>ПОБУЖДЕНИЕ</b>	<b>УБЕЖДЕНИЕ</b>
<b>ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА</b>	НАСИЛЬСТВЕННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫБОРА ВЕДОМЫМ СТРАТЕГИИ, ЖЕЛАЕМОЙ ВЕДУЩИМ	ЖЕЛАЕМАЯ ВЕДУЩИМ СТРАТЕГИЯ БОЛЕЕ ВЫГОДНА ВЕДОМОМУ, ЧЕМ НЕЖЕЛАЕМЫЕ	ВЕДОМЫЙ ДОБРОВОЛЬНО И ОСОЗНАННО ВЫБИРАЕТ СТРАТЕГИЮ, ЖЕЛАЕМУЮ ВЕДУЩИМ
<b>ПРИРОДА ВОЗДЕЙСТВИЯ</b>	АДМИНИСТРАТИВНО-ЗАКОНОДАТЕЛЬНОЕ	ЭКОНОМИЧЕСКОЕ	СОЦИАЛЬНО-ПСИХОЛОГИЧЕСКОЕ
<b>ТИП ОТНОШЕНИЙ</b>	СУБЪЕКТНО-ОБЪЕКТНЫЕ	СУБЪЕКТНО-ОБЪЕКТНЫЕ С ЧАСТИЧНЫМ УЧЁТОМ ИНТЕРЕСОВ ВЕДОМОГО	СУБЪЕКТНО-СУБЪЕКТНЫЕ
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ</b> (Угольницкий 2002, 2005)	<b>ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЕДУЩЕГО НА МНОЖЕСТВО ДОПУСТИМЫХ СТРАТЕГИЙ ВЕДОМОГО</b>	<b>ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЕДУЩЕГО НА ФУНКЦИЮ ВЫИГРЫША ВЕДОМОГО</b>	<b>ПЕРЕХОД ВЕДУЩЕГО И ВЕДОМОГО К КООПЕРАЦИИ</b>

# УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

(Угольницкий 2011)



ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ ПРОЦЕССОВ ОРГАНИЗАЦИИ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ ОСНОВНЫЕ, ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕССЫ.



СОЗДАНИЕ СИСТЕМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ, ПОощряющей СОБЛЮДЕНИЕ ПЛАНОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ И ШТРАФУЮЩЕЙ ЗА ИХ НАРУШЕНИЕ.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ И ИХ ПЛАНОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ, СОВОКУПНОСТЬ КОТОРЫХ ХАРАКТЕРИЗУЕТ УСЛОВИЯ ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ.



ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ПРЕДУПРЕЖДАЮЩИХ ДЕЙСТВИЙ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ВАРИАНТНЫЕ ПРОГНОЗНЫЕ РАСЧЁТЫ.



МОНИТОРИНГ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, СНАБЖЕНИЕ ИНФОРМАЦИЕЙ О ТЕКУЩЕМ СОСТОЯНИИ ПРОЦЕССОВ



РЕАЛИЗАЦИЯ И СОПРОВОЖДЕНИЕ КОРПОРАТИВНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ КАК ГЛАВНОГО ИНСТРУМЕНТА УПРАВЛЕНИЯ.



ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ДЕЙСТВИЙ В СЛУЧАЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ НЕСООТВЕТСТВИЯ ТЕКУЩИХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ПЛАНОВЫМ.

# УПРАВЛЕНИЕ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ



Эколого-экономические системы представляют собой один из наиболее характерных классов активных систем, для которого было первоначально определено понятие устойчивого развития.

**ЦЕНТР** - орган государственного управления, выполняющий природоохранные функции.

**АГЕНТЫ** - предприятия-природопользователи.

**УПРАВЛЯЕМАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА** – некоторая экологическая система.



*Общие вопросы управления ЭЭС (Угольницкий, Усов 2009а; Ougolnitsky, Usov 2009; Ugol'nitskii, Usov 2011; Kornienko, Ougolnitsky 2014)  
Модели управления качеством водных ресурсов для различных конфигураций расширенных активных систем (Угольницкий, Усов 2003, 2004, 2007, 2009б).*

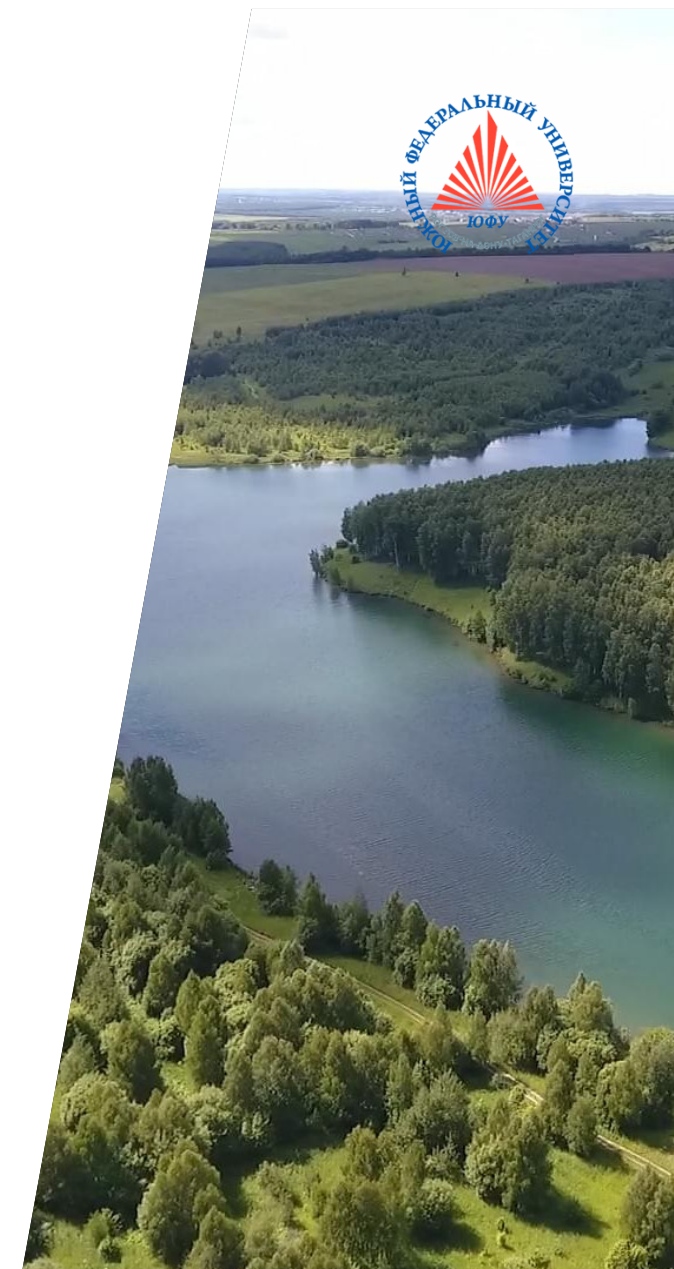
*Динамические теоретико-игровые модели двухуровневых систем управления экосистемой мелководного водоёма (на примере Азовского моря) и управления рыболовством (Никитина и др. 2016; Угольницкий и др. 2017; Сухинов, Угольницкий, Усов 2019, 2020).  
Численный метод нахождения равновесий Нэша и Штакельберга в моделях контроля качества речных вод (Решитько, Угольницкий, Усов 2020, 2023)*

## УПРАВЛЕНИЕ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ

*Концепция и модели управления устойчивым развитием территориальных социально-экономических систем (Дружинин и Угольницкий 2013: макрорегион Донбасс).*

*Анализ региональной социо-эколого-экономической системы как активной системы с сетевой структурой (Ougolnitsky 2017; Ougolnitsky et al. 2018).*

*Модели согласования общественных и частных интересов территориальных агентов при распределении ресурсов, в частности, при реализации проектов государственно-частного партнёрства (Анопченко, Мурзин, Угольницкий 2017; Anopchenko et al. 2019a-d; Горбанёва, Мурзин, Угольницкий 2018; Горбанёва 2019; Gorbaneva, Murzin, Ougolnitsky 2021, 2024).*



# УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ



Проведён анализ сравнительной эффективности методов управления устойчивым развитием в дифференциально-игровых моделях с использованием данных социологических опросов.

1

## МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ

учреждений высшего образования на различных уровнях иерархии, особенно на уровне кафедры  
(Агиева, Мальсагов, Угольницкий 2003; Мальсагов 2006).

2

## АНАЛИЗ УНИВЕРСИТЕТА КАК АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

с сетевой структурой (Мальсагов 2018; Malsagov 2019).

3

## МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНОГО ПАРТНЁРСТВА

в системе дополнительного профессионального образования: проект РГНФ 14-03-00236 (2014-2016)  
(Дьяченко, Тарасенко, Угольницкий 2013; Dyachenko et al. 2014, 2015; Нор-Армян, Тарасенко, Угольн. 2018).

# УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ АКТИВНЫХ СИСТЕМ ПРИ КОРРУПЦИИ



Концепция математического моделирования борьбы с коррупцией в иерархических системах управления:

Коррупция есть **обратная связь в системе управления** по величине взятки.



Борьба с коррупцией успешна, если для управляемой системы выполняются **условия устойчивого развития (жизнеспособности)**.

*Рыбасов, Угольницкий 2004; Денин, Угольницкий 2010; Антоненко, Угольницкий, Усов 2013; Угольницкий, Усов 2010а,б, 2012, 2014а,б,в; Горбанёва, Угольницкий 2013, 2015, 2016;*

*Горбанёва, Угольницкий, Усов 2014, 2015; Gorbaneva, Ougolnitsky, Usov 2016; Мальсагов, Угольницкий, Усов 2019*

*Моделирование коррупции при проведении конкурсов (аукционов) (Kozlov, Ougolnitsky, Usov, Malsagov 2021; Kozlov, Ougolnitsky 2022)*

*Проекты РФФИ 12-01-00017 «Математическое моделирование коррупции в иерархических системах управления» (2012-2014),*

*18-01-00053 "Динамические модели борьбы с коррупцией в иерархических системах управления" (2018-2020)*

# ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТИМУЛИРОВАНИЯ



Известный результат для статической модели стимулирования (*Новиков 2007*) обобщён в **динамической стохастической** постановке в различных вариантах для одного и нескольких агентов (*Рохлин, Угольницкий 2018; Rokhlin, Ougolnitsky 2019a,b*).

$$F(s(y), y) = H(y) - s(y) \rightarrow \max$$

$$f(s(y), y) = s(y) - c(y) \rightarrow \max$$

$$s^*(x, y) = \begin{cases} c(x) + \varepsilon, & y = x \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\text{где } x \in \text{Arg max}_y [H(y) - c(y)]$$

# МОДЕЛИ СОГЛАСОВАНИЯ ОБЩЕСТВЕННЫХ И ЧАСТНЫХ ИНТЕРЕСОВ (СОЧИ-МОДЕЛИ)



Построена теория статических СОЧИ-моделей распределения ресурсов  
(Горбанёва, Угольницкий 2014, 2015; Gorbaneva, Ougolnitsky 2013, 2015, 2018; Горбанёва 2019).

$$g_i(u) = p_i(r - u) + s_i(u)c(u) \rightarrow \max, q \leq u \leq r$$

**ТЕОРЕМА** При  $n \geq 2$  и выполнении условий:

1)  $p_i(0) = 0, c(0) = 0$ ;

2) функции  $c, p_i$  возрастающие и вогнутые

системная согласованность может иметь место только при определённом разбиении множества агентов на два класса: индивидуалистов ( $u = 0$ ) и коллективистов ( $u = r$ ).

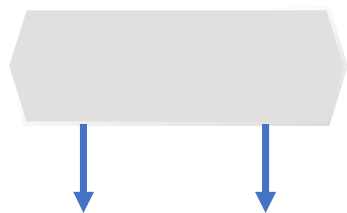
Проведено исследование динамических СОЧИ-моделей в различных предметных областях с помощью метода КРС ИМ  
(Онопrienko, Угольницкий, Усов 2016, 2019; Угольницкий, Усов 2016, 2019; Antonenko, Gorbaneva, Ougolnitsky 2016).



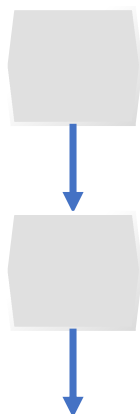
# СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ АКТИВНЫХ АГЕНТОВ



конкуренция



кооперация



иерархия

	NE	C	ST (Г1)	IST (Г2)
$u_1$	6	5	7	<b>8</b>
$u_2$	2	<b>5</b>	2	1
$u_1 + u_2$	8	<b>10</b>	9	9

# МЕТОДИКА СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ СПОСОБОВ ОРГАНИЗАЦИИ АКТИВНЫХ АГЕНТОВ И МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ



	РАВНОПРАВИЕ	КООПЕРАЦИЯ	ИЕРАРХИЯ БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ	ИЕРАРХИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ
ПОКАЗАТЕЛИ ОБЩЕСТВЕННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ	$u^{NE}$	$u^C = v(N)$	$u^{ST}, u^{COMP}, u^{IMP}$	$u^{IST}, u^{ICOMP}, u^{IIMP}$
ПОКАЗАТЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ, $i \in N$	$u_i^{NE}$	$u_i^C, \Phi_i^{NM}, \Phi_i^{PZ}, \Phi_i^{PG}$	$u_i^{ST}, u_i^{COMP}, u_i^{IMP}$	$u_i^{IST}, u_i^{ICOMP}, u_i^{IIMP}$
ИНДЕКСЫ ОБЩЕСТВЕННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ	$K^{NE} = \frac{u^{NE}}{u^C}$	-	$K^{ST} = \frac{u^{ST}}{u^C}$	$K^{IST} = \frac{u^{IST}}{u^C}$
ИНДЕКСЫ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ, $i \in N$	$K_i^{NE} = \frac{u_i^{NE}}{u_i^C}$	$K_i^{NM} = \frac{\Phi_i^{NM}}{u_i^C},$ $K_i^{PZ} = \frac{\Phi_i^{PZ}}{u_i^C},$ $K_i^{PG} = \frac{\Phi_i^{PG}}{u_i^C}$	$K_i^{ST} = \frac{u_i^{ST}}{u_i^C},$ $K_i^{COMP} = \frac{u_i^{COMP}}{u_i^C},$ $K_i^{IMP} = \frac{u_i^{IMP}}{u_i^C}$	$K_i^{IST} = \frac{u_i^{IST}}{u_i^C},$ $K_i^{ICOMP} = \frac{u_i^{ICOMP}}{u_i^C},$ $K_i^{IIMP} = \frac{u_i^{IIMP}}{u_i^C}$

# МЕТОДИКА СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ СПОСОБОВ ОРГАНИЗАЦИИ АКТИВНЫХ АГЕНТОВ И МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ



**Угольницкий Г.А. Методика сравнительного анализа эффективности способов организации активных агентов и методов управления // Проблемы управления, 2022, 3, 29-39.**

*Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Differential Game-Theoretic Models of Cournot Oligopoly with Consideration of the Green Effect // Games, 2023, 14(1), 14.*

*Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Сравнительный анализ эффективности способов организации взаимодействия экономических агентов в моделях дуополии Курно с учётом экологических условий // Автоматика и телемеханика, 2023, 2, 150-168.*

*Королёв А.В., Котова М.А., Угольницкий Г.А. Сравнение эффективности методов организации и управления в динамических моделях олигополии Курно // Известия РАН. Теория и системы управления, 2023, 1, 82-105.*

*Korolev A.V., Ougolnitsky G.A. Cooperative game-theoretic models of the Cournot oligopoly // International Game Theory Review 2023, 25(2), 2350004 (31 p.).*

*Горбанёва О.И., Угольницкий Г.А. Теоретико-игровой анализ взаимодействия экономических агентов в олигополии Курно с учётом линейной структуры, «зелёного» эффекта и заботы о справедливости // Математическая теория игр и её приложения, 2023, 15(1), 3-47.*

*Ougolnitsky G., Korolev A. Game-Theoretic Models of Cooperation in Cournot Oligopoly // Stats, 2023, 6(2), 576-595.*

*Galieva N.M., Korolev A.V., Ougolnitsky G.A. Dynamic Resource Allocation Networks in Marketing: Comparing the Effectiveness of Control Methods // Dynamic Games and Applications, 2024, 14, 362-395.*

*Демчук П.Д., Королёв А.В., Угольницкий Г.А. Динамические модели конкуренции-кооперации в олигополии Курно с учётом воздействия на окружающую среду // Математическая теория игр и её приложения, 2024, 16(3), 27-57.*

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ (Ougolnitsky, Korolev 2025)



## 1. ИГРА В НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Рассмотрим сетевое обобщение модели олигополии Курно с линейной динамикой загрязнения. Задача фирмы  $i$  имеет вид

$$J_i(x) = \int_0^T e^{-\rho t} \{ [D - c_i - \bar{x}_\kappa(t)] x_i(t) - y_i(t) \} dt \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$0 \leq x_i(t) \leq \frac{D}{n^2}, \quad i \in N, \quad N = \{1, 2, \dots, n\}, \quad t \in [0, T]; \quad (2)$$

$$\dot{y}_i = \lambda \kappa_i x_i(t) - \mu y_i(t), \quad y_i(0) = y_{i0}, \quad \lambda > 0, \quad \mu > 0; \quad (3)$$

$$\bar{x}_\kappa(t) = \sum_{i \in N} \kappa_i x_i(t); \quad (4)$$

$$D > n \left( c_i + \frac{\lambda \kappa_i}{\rho + \mu} \right), \quad i \in N, \quad 0 < c_1 < \dots < c_i < \dots < c_n < \frac{D}{n}, \quad (5)$$

$$\kappa_i = \sum_{m=1}^{n-1} \delta^{m-1} \sum_{j \in K^m(i)} 1 = \sum_{m=1}^{n-1} \delta^{m-1} |K^m(i)|,$$

$$G = \langle N, E \rangle, \quad K^m(i) = \{j \in N : \rho(i, j) = m\}, \quad 0 < \delta < 1.$$

Здесь  $G$ - неориентированный граф (сеть);

$y_i(t)$  - объём выброса загрязняющих веществ в году  $t$  фирмой  $i$  (переменная состояния);

$x_i(t)$  - объём выпуска фирмы  $i$  в году  $t$  (переменная управления);

$D$ - параметр спроса;

$c_i$ - удельные издержки фирмы  $i$ ;

$\mu > 0$  - коэффициент самоочищения окружающей среды.

Заметим, что  $\kappa_i$ - центральность распада вершины  $i$ .

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ



Пусть объём выбросов фирмы прямо пропорционален центральности распада соответствующей вершины (в которой расположена фирма) с коэффициентом  $\lambda > 0$ . Предположим, что  $\kappa_1 \leq \kappa_2 \leq \dots \leq \kappa_n$ . Введём обозначения

$$\kappa = \sum_{i=1}^n \kappa_i, \bar{c} = \sum_{i=1}^n c_i.$$

**ТЕОРЕМА** При условии  $\bar{c} - (n+1)c_i \leq \frac{(n+1)\kappa_i D - nD}{n^2}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n \geq 2$ , выигрыш игрока  $i$  в задаче (1)–(5) есть

$$J_i \max_{\rho+\mu} \frac{1}{\rho+\mu} (e^{-(\rho+\mu)T} - 1)_{i0} + \frac{\lambda^2 \bar{\kappa}^2}{(n+1)^2 \kappa_i (\rho+\mu)^2 (\rho+2\mu)} (e^{-\rho T} - e^{-2(\rho+\mu)T})$$

$$- \left[ \frac{2\lambda^2 \bar{\kappa}^2}{(n+1)^2 \kappa_i (\rho+\mu)^2 \mu} + \frac{1}{(\rho+\mu)\mu} \left( \frac{2\lambda \bar{\kappa} (D + \bar{c} - (n+1)c_i)}{(n+1)^2 \kappa_i} - D + c_i \right) \right] \times (e^{-\rho T} - e^{-(\rho+\mu)T})$$

$$+ \left[ \frac{\lambda^2 \bar{\kappa}^2}{(n+1)^2 \kappa_i (\rho+\mu)^2 \rho} + \frac{1}{(\rho+\mu)\rho} \left( \frac{2\lambda \bar{\kappa} (D + \bar{c} - (n+1)c_i)}{(n+1)^2 \kappa_i} - D + c_i \right) + \frac{(D + \bar{c} - (n+1)c_i)^2}{(n+1)^2 \kappa_i \rho} \right] \times (1 - e^{-\rho T}).$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ



Равновесная стратегия игрока  $i$  имеет вид

$$x_i = \frac{\lambda[(n+1)\kappa_i - \bar{\kappa}]}{(\rho + \mu)(n+1)\kappa_i} (e^{(\rho + \mu)(t-T)} - 1) + \frac{D + \bar{c} - (n+1)c_i}{(n+1)\kappa_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

- ✓ Аналогичные результаты получены для кооперативной и иерархической постановок.
- ✓ Проведён сравнительный анализ для численного примера сети с шестью вершинами.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ



## 2. ИГРА В ФОРМЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Характеристическая функция Громова-Петросяна строится в виде

$$V(y^*(t), T - t, S) = \begin{cases} 0, & S = \{\emptyset\} \\ V^S(t, y(t)), & S \subset N \\ V^c(t, y(t)), & S = N. \end{cases}$$

Здесь  $V^S$  - характеристика коалиции  $S$ , члены которой ведут себя как в максимальной коалиции, а остальные игроки максимизируют свой выигрыш; характеристика максимальной коалиции обозначена через  $V^c$ .

Пусть  $l$ - ребро гиперкуба, на котором достигается максимум кооперативного выигрыша в игре (1)-(5). Возможны два случая: игрок  $l$  принадлежит к коалиции  $S$  или нет.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ



1. Пусть  $l \in S$ . Тогда характеристическая функция  $V^S(t, y(t))$  имеет вид

$$\begin{aligned} V^S(t, y(t)) &= \frac{1}{\rho} \left( \frac{D}{n^2} (|S| - 1)(D + 1 - d^S) \sum_{\substack{i \in S, \\ i \neq l}} c_i \right) (1 - e^{\rho(t-T)}) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left( \frac{\lambda d^S}{\mu} - \frac{\lambda^2 \kappa_l}{2\mu(\rho + \mu)} \right) (1 - e^{\rho(t-T)}) + \frac{\lambda \kappa_l D (|S| - 1)}{2\mu(\rho + \mu)n^2} (e^{(\rho+\mu)(t-T)} - e^{\rho(t-T)}) \\ &+ \frac{\lambda^2 \kappa_l}{2\mu(\rho + \mu)(\rho + 2\mu)} (e^{\rho(t-T)} - e^{(\rho+\mu)(t-T)}) + \frac{\lambda^2 \kappa_l}{4(\rho + \mu)^2(\rho + 2\mu)} (e^{2(\mu+\rho)(t-T)} - e^{\rho(t-T)}) \\ &+ \frac{\lambda^2 \kappa_l}{2(\rho + \mu)^2(\rho + 2\mu)} (e^{-2(\rho+\mu)T+\rho t} - e^{-\mu t - (\rho+\mu)T}) \\ &+ \frac{1}{\rho + \mu} \left( y_0 + \frac{\lambda^2 \kappa_l}{2\mu(\rho + \mu)} - \frac{\lambda d^S}{\mu} \right) (e^{-\mu t} - e^{-\mu T + \rho(t-T)}). \end{aligned}$$



## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭФФЕКТАМИ



2. Пусть теперь  $l \notin S$ . Тогда

$$V^S(t, y(t)) = \left[ \frac{r}{\rho} \left( D - c_i - \frac{D}{n^2} \tilde{k} \right) \frac{D}{n^2} + \frac{\lambda D}{\mu \rho n^2} \tilde{k} \right] (1 - e^{\rho(t-T)}) + \frac{1}{\mu + \rho} \left( y_0 - \frac{\lambda D}{\mu n^2} \tilde{k} \right) (e^{-\mu t} - e^{\rho(t-T) - \mu T}).$$

Для соответствующей кооперативной игры строится сильно устойчивое подъядро и рассматривается численный пример для сети с четырьмя вершинами.

Рассматривается также модель с прямым взаимодействием фирм

$$J_i(x) = \int_0^T e^{-\rho t} \{ [D - c_i - x_i(t)] x_i(t) - y_i(t) \} dt - \sum_{m=1}^{n-1} \delta^{m-1} \sum_{j \in K^m(i)} \int_0^T e^{-\rho t} x_j(t) x_i(t) dt \rightarrow \max, \\ 0 \leq x_i(t) \leq \frac{D}{n}, i \in N, \dot{y}_i = k_i x_i(t) - \mu y_i(t), y_i(0) = y_{i0},$$

проводится её исследование для численного примера.

# НАУЧНЫЕ ПРОЕКТЫ

---



**РНФ-МОНГ:** 23-21-00131 «Когнитивные имитационные модели организационных систем с сетевой структурой» (2023-2024, Горбанёва О.И.)

**РНФ-ОНГ: 17-19-01038**

**«Разработка комплексной теории управления устойчивым развитием активных систем» (2017-2021)**

**РФФИ:**

98-01-01024 «Моделирование эколого-экономических систем в условиях антропогенного воздействия» (1998-1999)

00-01-00725 «Модели иерархического управления устойчивым развитием эколого-экономических систем» (2000-2002)

04-01-96812 «Математическое моделирование антропогенной динамики качества водных ресурсов» (2004-2005)

12-01-00017 «Математическое моделирование коррупции в иерархических системах управления» (2012-2014)

15-01-00432 «Механизмы управления согласованием интересов в статических моделях распределения ресурсов» (2015-2017)

18-01-00053 «Динамические модели борьбы с коррупцией в иерархических системах управления» (2018-2020)

18-010-00594 «Согласование государственно-частных интересов в управлении устойчивым развитием региона на основе экономико-математического моделирования» (2018-2020, Лазарева Е.И.)

20-31-90041-асп «Моделирование конкурсного распределения ресурсов с учётом стратегического поведения участников» (2020-2022)

**ЮФУ:**

«Подготовка специалистов по ИТ управления организационными и эколого-экономическими системами» (2007)

«Модели и информационные технологии организационного управления» (2013)

**«Информационные технологии, математические модели и системы управления устойчивым развитием организационных систем и финансовых рынков» (2014-2016)**

## КАНДИДАТСКИЕ ДИССЕРТАЦИИ



ФИО	Название работы	Спец-ть	Год защиты	Место защиты
1. Чораян Г.О.	Имитационное моделирование формирования портфеля частных инвестиций	05.13.16 (ТН)	2000	РГУ
2. Латуш Е.М.	Математическое моделирование рентгеновских дифракторов с различной формой поверхности	05.13.18 (ТН)	2002	РГУ
3. Агиева М.Т.	Модели иерархического ранжирования и структуры организации	05.13.18 (ТН)	2003	РГУ
4. Дубров Д.В.	Механизмы регулирования в иерархически управляемых динамических системах	05.13.18 (ФМ)	2006	РГУ
5. Мальсагов М.Х.	Модели иерархического согласования интересов структурных подразделений учреждений	05.13.18 (ФМ)	2006	СГУ
6. Горбанёва О.И.	Модели распределения ресурсов в иерархических системах управления качеством водных объектов и их приложение	05.13.18 (ФМ)	2009	СГУ
7. Тихонов С.В.	Имитационное моделирование бизнес-процессов в системах массового обслуживания	05.13.18 (ТН)	2009	ЮФУ
8. Денин К.И.	Двухуровневые модели оппортунистического поведения в эколого-экономических системах	05.13.18 (ФМ)	2010	ЮФУ
9. Антоненко А.В.	Модели и программный комплекс управления инвестиционно-строительными проектами с учётом коррупции	05.13.18 (ТН)	2012	ЮФУ
10. Назиров А.Э. (рук. Усов А.Б.)	Математическое моделирование и программная поддержка управления трехуровневой системой поставок товаров	05.13.18 (ТН)	2015	ЮФУ
11. Рыжкин А.И. (рук. Усов А.Б.)	Математическое моделирование системы управления судовыми балластными водами	05.13.18 (ТН)	2015	ЮФУ
<b>Диссертационный совет ЮФУ 801.02.01 (2.3.4 Управление в организационных системах)</b>				
12. Чепель Е.Н.	Модели наблюдения за движущейся целью в условиях неопределённости, активности агентов и их противоборства	2.3.4 (ТН)	2024	ЮФУ
13. Пучкин М.В.	Динамические задачи мониторинга и управления устойчивым развитием региональных эколого-экономических организационных систем	2.3.4 (ТН)	2024	ЮФУ
14. Нинидзе Д.Л. (рук. Усов А.Б.)	Управление внедрением инновационных технологий в области программного обеспечения с помощью различных информационных регламентов	2.3.4 (ТН)	2024	ЮФУ

## ДОКТОРСКИЕ ДИССЕРТАЦИИ



ФИО	Название работы	Специальность	Год защиты	Место защиты
1. Усов А.Б. (ЮФУ)	Вычислительные методы и математические модели в задачах иерархического контроля качества поверхностных вод	05.13.18 (ТН)	2008	ЮФУ
2. Горбанёва О.И. (ЮФУ)	Статические модели распределения ресурсов с учётом согласования интересов активных агентов	05.13.10 (ТН)	2019	ИПУ РАН
3. Агиева М.Т. (ИнГУ)	Развитие методов управления экономическими системами на основе сетевых моделей влияния в маркетинге	05.13.10 (ТН)	2021	ВГТУ
4. Мурзин А.Д. (ЮФУ)	Разработка методов управления устойчивым развитием территориальных социо-эколого-экономических систем	05.13.10 (ТН)	2021	ВГТУ
5. Мальсагов М.Х. (ИнГУ)	Развитие методов управления процессами устойчивого развития иерархических организационных систем	2.3.4 (ТН)	2021	ВГТУ
6. Королёв А.В. (СПб филиал НИУ ВШЭ, ЛЭТИ)	Математические модели управления в экономических системах с сетевой структурой	01.01.09 (ФМ)	2022	СПбГУ

## МОНОГРАФИИ

---



1. Горстко А.Б., Угольницкий Г.А. Введение в моделирование эколого-экономических систем. - Ростов-на-Дону: РГУ, 1990. - 112 с.
2. Горстко А.Б., Угольницкий Г.А. Введение в прикладной системный анализ. - Ростов-на-Дону: АО "Книга", 1996. - 132 с.
3. Угольницкий Г.А. Линейная теория иерархических систем. - М.: ИСА РАН, 1996. - 56 с.
4. Угольницкий Г.А. Управление эколого-экономическими системами. – М.: Вузовская книга, 1999. – 132 с.
5. Угольницкий Г.А. Модели социальной иерархии. - М.: Вузовская книга, 2000. - 88 с.
6. Агиева М.Т., Мальсагов М.Х., Угольницкий Г.А. Моделирование иерархической структуры управления образованием. – Ростов-на-Дону: ООО "ЦВВР", 2003. - 208 с.
7. Мониторинг: от приложений к общей теории / Под ред. Угольницкого Г.А. - Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009. – 176 с.
8. Угольницкий Г.А. Иерархическое управление устойчивым развитием. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с.
9. Угольницкий Г.А. Устойчивое развитие организаций. – М.: Физматлит, 2011. – 320 с.
10. *Ougolnitsky G. Sustainable Management. – N.Y.: Nova Science Publishers, 2011. – 288 p.*
11. Дружинин А.Г., Угольницкий Г.А. Устойчивое развитие территориальных социально-экономических систем: теория и практика моделирования. – М.: Вузовская книга, 2013. – 224 с.
12. Горбанёва О.И., Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Моделирование коррупции в иерархических системах управления. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2014. – 412 с.
13. *Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Modeling of Corruption in Hierarchical Organizations. - N. Y.: Nova Science Publishers, 2016. - 552 p.*
- 14. Угольницкий Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2016. – 940 с.**
15. Модели управления устойчивым развитием активных систем и их приложения. Под ред. Г.А. Угольницкого. – Ростов-на-Дону -Таганрог: ЮФУ, 2019. – 328 с.
16. Горбанёва О.И., Королёв А.В., Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Модели согласования интересов при управлении активными системами. - Ростов-на-Дону -Таганрог: ЮФУ, 2024. – 323 с.
17. Теория управления устойчивым развитием активных систем: модели и приложения. Под ред. Г.А. Угольницкого. - Ростов-на-Дону -Таганрог: ЮФУ, 2024. – 330 с.