



ИНСТИТУТ
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ
ПОЛИТИКИ
имени Е. Т. ГАЙДАРА



ИНФЛЯЦИЯ, ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ И ДЕНЕЖНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПРВ

ТЕОРИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВОСПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В
ЭКОНОМИКЕ

Горюнов Евгений
Заведующий лабораторией
денежно-кредитной политики Института Гайдара

19.09.2024

МОТИВАЦИЯ



Модель переключающегося режима воспроизводства (модель ПРВ)

- Модель эндогенного роста
- Основные элементы: перекрывающиеся поколения капитала и монетарный сектор
- Ключевые публикации:
 - ✓ Маевский, Малков, 2013; 2014; Маевский и др., 2016; 2019; 2020; Рубинштейн, 2020; Маевский, 2021; 2024.

Формализм оригинальных моделей

- Дифференциальные уравнения: описание потоков денежных средств между агентами
- Поколения капитала формируют подсистемы
- Два режима: производство капитала (А) и производство потребительских товаров (В)

Некоторые особенности модели и выводы в отношении политики

- В модели нарушается свойство супер-нейтральности денег
- Есть потенциал для стимулирующей монетарной политики (при некоторых условиях)
- Вопрос: какие предпосылки генерируют этот результат и посредством каких механизмов он реализуется?

МОТИВАЦИЯ

Теоретический анализ механизмов модели затруднен

- В общем виде модель не решается
- Сведение ее к более простой системе уравнений не просматривается
- Общая сравнительная статика затруднена
 - ✓ Возможно только сравнивать частные численные решения при разных значениях параметров
 - ✓ Полученные выводы не универсальны
 - ✓ Немонотонные зависимости эндогенных переменных от параметров трудно обнаружить
 - ✓ Не дает полного понимания экономических механизмов

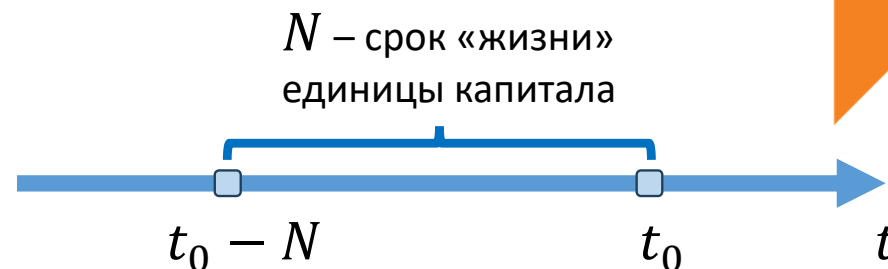
Потенциальные пути решения проблемы

- Перейти к дискретному времени и разностным уравнениям
 - ✓ Эффективно решается, если число подсистем равно двум (Горюнов, 2023)
- Перейти к непрерывному множеству подсистем в непрерывном времени
 - ✓ Об этом сегодня пойдет речь

ПОСТАНОВКА МОДЕЛИ

Используется формализм отличный от оригинального

- Он позволяет лучше видеть экономические механизмы
- Четко разделяются реальные и номинальные переменные
- Специфицированы производственные функции



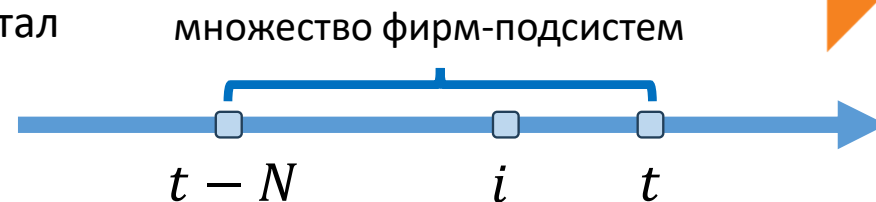
Предпосылки модели

- Время непрерывно, производство капитала/потребительского товара идет непрерывно
 - ✓ X_t и k_t - объемы производства потребительских товаров и капитала (инвестиции) в моменте t
- Капитал производится трудом, однородный потребительский товар производится трудом
 - ✓ $X_t = AK_t$ и $k_t = L_t$
 - ✓ K_t и L_t - запас капитала в экономике и объем привлеченного труда в моменте t
- Каждая единица капитала живет ровно срок N , после чего разрушается
 - ✓ Множество поколений капитала (множество подсистем): сегмент $(0, N]$ – по возрасту капитала
 - ✓ Без ограничений общности: каждое поколение представлено единственной фирмой
 - ✓ Множество производителей = сегмент $(0, N]$

ПОСТАНОВКА МОДЕЛИ

Фирмы и режимы

- В моменте t_0 ровно одна фирма-подсистема обновляет капитал
- Остальные фирмы (множество $(0, N)$) производят товар
 - ✓ Эти фирмы обновляли капитал при $t \in (t_0 - N, t_0)$
 - ✓ Общий запас капитала в экономике равен $K_t = \int_{t-N}^t k_s ds$
 - ✓ Выпуск товара $X_t = AK_t = A \int_{t-N}^t k_s ds$



Фирмы делают сбережения и затем их инвестируют

- Фирмы конкурируют совершенно (продают однородный товар по одинаковой цене + π -интерес)
- В каждый момент времени фирмы сберегают долю φ от выручки (в каком-то смысле $\varphi = 1 - q$)
- Сбережения имеют форму беспроцентного вклада в единственном госбанке
- Рассмотрим фирму, обновившую капитал в момент i
 - ✓ Она производит $x_{it} = Ak_i$ и сберегает $f_t^i = \varphi p_t Ak_i$, где p_t - цена товара в моменте t
 - ✓ Общий накопленный фирмой фонд $F_t^i = \int_i^t f_s^i ds = A\varphi k_i \int_i^t p_s ds$

ПОСТАНОВКА МОДЕЛИ

Инвестирующая фирма

- Фирма, инвестирующая в моменте t , накопила $F_t^{t-N} = A\varphi k_{t-N} \int_{t-N}^t p_s ds$
- Фирма получает трансферт от государства в размере T_t^F
- Для производства капитала фирма нанимает труд по единичной реальной зарплате
 - ✓ $k_t = L_t = \frac{F_t^{t-N} + T_t^F}{p_t}$
 - ✓ Предложение труда абсолютно эластично и неограниченно

Домохозяйства

- Домохозяйства получают доход от фирм (дивиденды и зарплаты), потребляют и сберегают
- Размер депозитов D_t пропорционален тратам на потребление C_t : $D_t = \beta C_t$
- Сбережения в форме беспроцентных депозитов в госбанке
- Цены балансируют номинальный спрос и реальное предложение товара: $C_t = p_t X_t = p_t A K_t$

ПОСТАНОВКА МОДЕЛИ

Денежная масса и эмиссия

- Все текущие расчеты идут через счета в госбанке
- Денежная масса равна фондам фирм и депозитам домохозяйств: $M_t = F_t + D_t$
 - ✓ F_t - общие накопления всех фирм на момент t : $F_t = \int_{t-N}^t F_t^i di$
- Госбанк осуществляет эмиссию постоянным темпом μ : $\dot{M}_t = \mu M_t$
 - ✓ Эмиссия распределяется между инвестирующими фирмами и домохозяйствами
 - ✓ Доля эмиссии τ выплачивается инвестирующим фирмам: $T_t^F = \tau \dot{M}_t$
 - ✓ Ключевые параметры монетарной политики: $\mu \geq 0$ и $0 \leq \tau < 1$

Главные переменные модели: инфляция, инвестиции и запас капитала

- Инфляция $\pi_t = \dot{p}_t/p_t$
- Инвестиции k_t и запас капитала $K_t = \int_{t-N}^t k_s ds$

ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ И СТАЦИОНАРНЫЙ РОСТ

В общем случае уравнения для ключевых переменных имеют вид

$$\pi_t = \mu \left(\varphi \int_{t-N}^t \int_i^t \frac{p_s k_i}{\beta p_t K_t} ds di + 1 \right) - \frac{k_t}{K_t} + \frac{k_{t-N}}{K_t} \left(\varphi \int_{t-N}^t \frac{p_s}{\beta p_t} ds + 1 \right) - \frac{\varphi}{\beta}$$

$$k_t = A \varphi k_{t-N} \int_{t-N}^t \frac{p_s}{p_t} ds + A \tau \mu \left[\varphi \int_{t-N}^t \int_i^t \frac{p_s}{p_t} k_i ds di + \beta K_t \right]$$

- Решить систему шансов нет.. Но можно рассмотреть стационарные режимы

Стационарный режим роста: постоянный темп роста капитала, выпуска и цен

- Условия: $k_t = k_s e^{g(t-s)}$ и $p_t = p_s e^{\pi(t-s)}$
- Темп роста инвестиций = темп роста запаса капитала = темп роста выпуска = g
- Инфляция $\pi_t = \dot{p}_t / p_t = \pi$

СТАЦИОНАРНЫЙ РОСТ

Для случая стационарного роста уравнения упрощаются

$$\pi = \mu - g$$
$$A\varphi \frac{e^{-gN} - e^{-\mu N}}{\mu - g} + A\tau \left((1 - e^{-gN}) \frac{\mu}{g} \left(\frac{\varphi}{\mu - g} + \beta \right) - \varphi \frac{1 - e^{-\mu N}}{\mu - g} \right) = 1$$

- Второе уравнение нелинейное (и трансцендентное), поэтому аналитическое решение в общем случае отсутствует.
- .. но можно разложить экспоненты в ряд Тейлора и получить приближенное решение

Приближенное решение

- Предполагаем $N \approx 5$
- Воспользуемся приближениями:

$$e^{-gN} \approx 1 - gN$$

$$e^{-\mu N} \approx 1 - \mu N + \mu^2 N^2 / 2$$

Темп роста 2003-2013	ВВП	Broad money
Развитые страны	1,8%	7,6%
Развивающиеся страны	5,8%	16,2%
Мировая экономика	3,6%	

Источник: World Bank

СТАЦИОНАРНЫЙ РОСТ: РЕШЕНИЕ

Явные выражения для темпов роста и инфляции:

$$g = \mu - \frac{(1 - \tau)N\mu^2}{2(1 - 1/AN\varphi)} \quad \pi = \frac{(1 - \tau)N\mu^2}{2(1 - 1/AN\varphi)}$$

- Два уравнения определяют динамику системы в зависимости от экзогенных параметров
- Важное предположение: $AN\varphi > 1$
 - ✓ Условие гарантирует уровень сбережений, достаточный для роста
 - ✓ В работе (Маевский и др., 2019) рассматриваются ситуации, когда это условие нарушается

Сравнительная статика: факторы роста и инфляции

- Производительность $A \uparrow \rightarrow g \uparrow$ и $\pi \downarrow$
- Уровень сбережений $\varphi \uparrow \rightarrow g \uparrow$ и $\pi \downarrow$: аналог зависимости g и π от q в (Маевский и др., 2020)
- Норма трансферта $\tau \uparrow \rightarrow g \uparrow$ и $\pi \downarrow$
- Срок службы капитала $N \uparrow \rightarrow g \uparrow$ и $\pi \downarrow$
- Темп роста денежной массы $\mu \uparrow \rightarrow \pi \uparrow$, влияние на g немонотонно

СТАЦИОНАРНЫЙ РОСТ: РОЛЬ ЭМИССИИ

Влияние эмиссии на рост немонотонно

- Отдача от монетарного смягчения (увеличение μ) убывает
- Есть уровень $\bar{\mu}$, при котором рост максимален

$$g = \mu - \frac{(1 - \tau)N\mu^2}{2(1 - 1/AN\varphi)}$$

Два реальных разнонаправленных эффекта увеличения темпов эмиссии

- Рост μ приводит (всегда) к росту инфляции →
 - сбережения фирм быстрее обесцениваются
 - на момент инвестирования реальная стоимость сбережений ниже
 - ниже инвестиции → ниже темпы экономического роста
- Рост μ создает дополнительный эмиссионный доход →
 - доля τ перечисляется инвестирующим фирмам
 - выше инвестиции → выше темпы экономического роста
- При $\mu > \bar{\mu}$ преобладает первый эффект, а при $\mu < \bar{\mu}$ -- второй

$$\bar{\mu} = \frac{1 - 1/AN\varphi}{(1 - \tau)N}$$

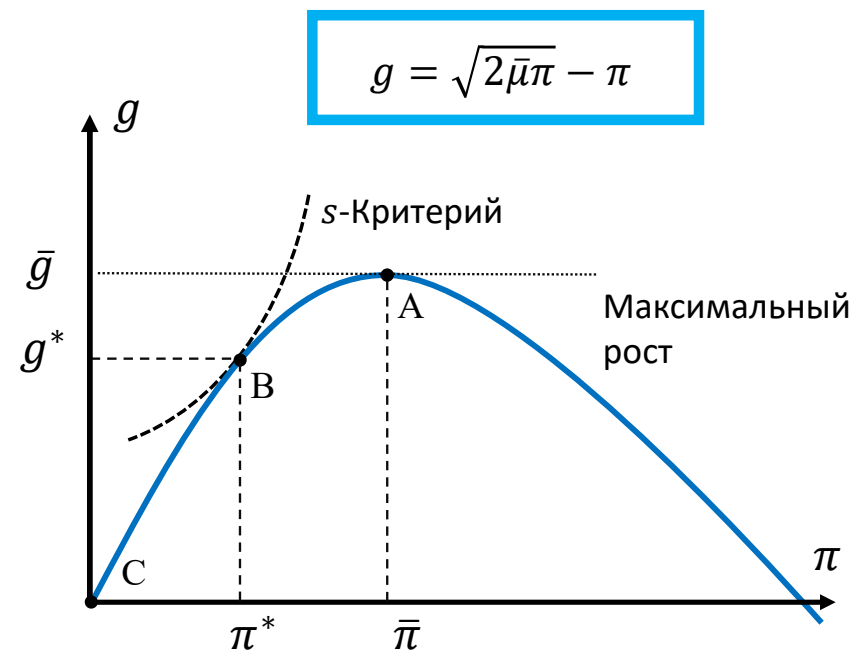
TRADE OFF: ИНФЛЯЦИЯ VS РОСТ

Модель допускает выбор между инфляцией и ростом

- Управляющий параметр - μ

Три варианта политики

- Ценовая стабильность: $\pi = 0$ (точка C)
 - Совместима только с нулевым ростом выпуска
- Максимизация роста: $g \rightarrow \max$ (точка A)
 - Выпуск растет темпом \bar{g} , эмиссия – темпом $\bar{\mu}$
 - Сравнительно высокая инфляция
- s-оптимальная политика: $s = \frac{1+\pi}{1+g} \rightarrow \max$ (точка B)
 - s-критерий (Маевский, 2024)
 - Темпы роста денежной массы $\mu^* < \bar{\mu}/2$
 - Инфляция и рост выпуска ниже, чем при политике максимизации роста



	Инфляция (π)	Темпы роста выпуска (g)	Темп роста денежной массы (μ)	Качество политики (s)
Ценовая стабильность	0	0	0	1
Максимальный рост	$\bar{\mu}/2$	$\bar{\mu}/2$	$\bar{\mu}$	1
s-оптимальная политика	$\bar{\mu}$	$\frac{(3 + 4\bar{\mu})\bar{\mu}}{2(2 + \bar{\mu})^2}$	$\frac{\bar{\mu}}{2 + \bar{\mu}}$	$\frac{\bar{\mu}}{2(2 + \bar{\mu})}$

НЕ-НЕЙТРАЛЬНОСТЬ ДЕНЕГ И ПРЕДПОСЫЛКИ

- **Эффект стимулирующей эмиссии имеет скорее фискальную нежели монетарную природу**
 - По сути речь идет о перераспределении эмиссионного дохода в пользу инвестирующих фирм
 - Обесценение сбережений фирм = обложение их инфляционным налогом
 - Денежное обращение не играет собственной роли
 - ✓ Тот же стимулирующий эффект можно обеспечить за счет налогового маневра
 - ✓ При этом не будет инфляционных последствий

Главный вопрос:

Какие предпосылки обеспечивают нарушение супер-нейтральности денег?

СТОРОНА СОВОКУПНОГО ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Ключевая предпосылка: финансовые ограничения – единственные ограничения инвестиционного процесса

- Инвестиции определяются (реальным) размером фонда, расходуемого на пополнение капитала
- Линейная зависимость накопления капитала от (реальных) расходов на инвестиции
- Де-факто ограничения со стороны предложения труда отсутствуют
 - ✓ За исключением модели, где есть убывающая отдача (Маевский и др., 2019)
- Насколько данная предпосылка проблемная? Вообще-то, проблемная..

$$k_t = L_t = \frac{F_t^{t-N} + T_t^F}{p_t}$$

Нарушение супер-нейтральности денег – следствие неограниченности предложения труда

- Игнорирование реальных ограничений допустимо если рассматривается фирма/отрасль
- В отношении экономики в целом такая предпосылка сомнительна
- Принять ее означает допустить наличие в экономике неиспользуемых ресурсов, которые можно вовлечь в производство за счет финансовых вливаний.. Это крайне сомнительное допущение
- Что будет, если отказаться или модифицировать это исходное положение? Сохранятся ли результаты?

СТОРОНА СОВОКУПНОГО ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Простое введение ограничений на рабочую силу «убивает» результат

- Если положить $L_t \leq \bar{L}$ (рабочая сила ограничена: полная занятость $L_t = \bar{L}$), то $k_t = \bar{L}$ и $g = 0$
 - ✓ В такой экономике роста нет и деньги супер-нейтральны: $\pi = \mu$
- Но это слишком жесткое предположение
 - ✓ очевидно, нужно учитывать (эндогенный) рост производительности труда

Эндогенный рост производительности труда

- Запас человеческого капитала: H_t и $k_t = H_t \bar{L}$ (при полной занятости)
- Подход “learning-by-doing” (Barro, 1962; Lucas, 1988; Solow, 1997; Jovanovic, Nirkov, 1994): $H_t = \eta K_t$
 - ✓ человеческий капитал пропорционален основному капиталу
 - ✓ с ростом экономики растет запас основного капитала и работники приобретают навыки
 - ✓ «динамическое преодоление ограничений» (Маевский и др., 2024; Маевский 2024)
- Итоговое уравнение для роста допускает ненулевое решение: $(1 - e^{-gN})\eta\bar{L} = g$
 - ✓ Но, решение не зависит от темпов роста денежной массы
 - ✓ Деньги оказываются супер-нейтральны

ЭФФЕКТ УБЫВАЮЩЕЙ ОТДАЧИ

Альтернатива: убывающая отдача от инвестиций

- Допущение: рост капитала подсистемы ограничен предельным уровнем (Маевский и др. 2019)
- В нашем формализме: $k_t \leq k_{t-N} e^{GN}$ (G – предельно возможный рост)

Более строгая формулировка

- $\omega_t = \frac{F_t^{t-N} + T_t^F}{p_t k_{t-N}}$ и $k_t = k_{t-N} \exp(N\gamma(\omega_t))$

- $\gamma(\omega)$ – функция:

- ✓ $\gamma' > 0$

- ✓ $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \gamma(\omega) = G$

- ✓ $\lim_{\omega \rightarrow 0} \gamma(\omega) = -\infty$

$$\omega(g, \mu) = A\varphi \frac{1 - e^{-(\mu-g)N}}{\mu - g} + A\tau \left((e^{gN} - 1) \frac{\mu}{g} \left(\frac{\varphi}{\mu - g} + \beta \right) - \varphi e^{gN} \frac{1 - e^{-\mu N}}{\mu - g} \right)$$

- **Уравнение относительно g :**

- В общем случае зависит от μ
 - Присутствует не-нейтральность

$$\gamma(\omega(g, \mu)) = g$$

ЭФФЕКТ УБЫВАЮЩЕЙ ОТДАЧИ

Частный случай

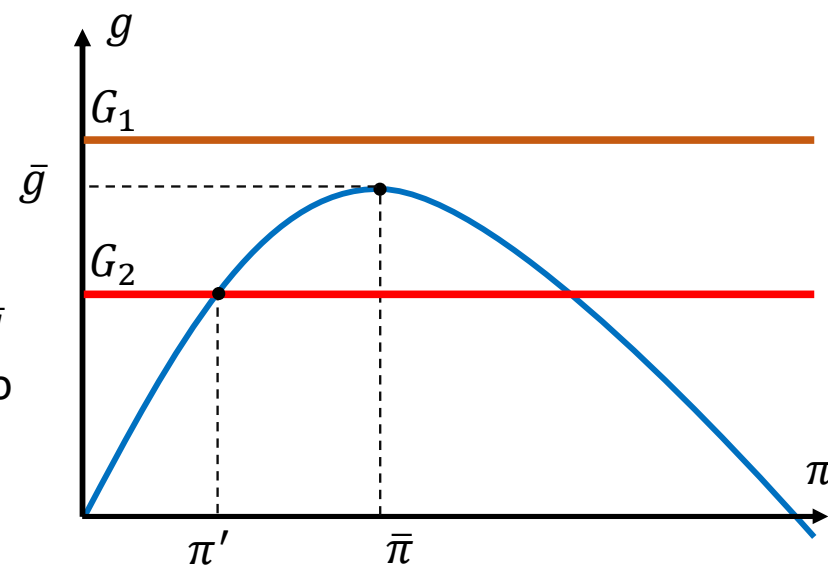
$$\gamma(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{N} \ln \omega & \text{if. } \frac{1}{N} \ln \omega \leq G \\ G & \text{if. } \frac{1}{N} \ln \omega > G \end{cases}$$

□ Ключевой параметр: G

- Два качественно разных случая $G < \bar{g}$ или $G \geq \bar{g}$
- При $G = G_1 \geq \bar{g}$ ограничение никогда не активно
- При $G = G_2 < \bar{g}$ ограничение активно при некотором уровне инфляции π' (и темпе роста денежной массы μ')
- Во втором случае при $\mu \leq \mu'$ эмиссия стимулирует рост, а при $\mu > \mu'$ рост остается на уровне G , но растет инфляция

□ Главный вопрос: как G соотносится с μ ?

- Ответ на этот вопрос может быть только эмпирическим



ЛИТЕРАТУРА

- **Arrow K.J.** (1962) The Economic Implications of Learning by Doing // *The Review of Economic Studies*. Vol. 29. No. 3. p. 155–173.
- **Lucas R.E.** (1988) On the mechanics of economic development // *Journal of Monetary Economics*. Vol. 22. No.1. p.3–42.
- **Solow R. M.** (1997). Learning from ‘learning by doing’: Lessons for economic growth. Stanford, CA: Stanford University Press.
- **Jovanovic B., Nyarko Y.** (1994). The Bayesian foundations of learning by doing // *NBER Working paper series*. WP 4739.
- **Горюнов Е.Л.** (2023). Анатомия теории переключающихся режимов воспроизводства: откуда берутся ненейтральность денег и экономические колебания? // *Вопросы экономики*. № 127. С. 120-140.
- **Маевский В.И., Малков С.Ю.** (2013). Новый взгляд на теорию воспроизводства. М.: ИНФРА-М.
- **Маевский В.И., Малков С.Ю.** (2014). Перспективы макроэкономической теории воспроизводства // *Вопросы экономики*. №4. С. 137-155.
- **Маевский В.И., Андрюшин С.А., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.** (2016) Денежные механизмы и модель переключающегося режима воспроизводства. *Вопросы экономики*. № 9. С. 129-149.
- **Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.** (2019). Анализ связи между эмиссией, инфляцией и экономическим ростом с помощью модели переключающегося режима воспроизводства // *Вопросы экономики*. № 8. С. 45-66.
- **Маевский В., Малков С., Рубинштейн А., Красильникова Е.** (2020). Теория воспроизводства капитала и не-нейтральность денег. СПб: Нестор-История.
- **Маевский В. И.** (2024). О возможности таргетирования экономического роста: теоретический аспект // *AlterEconomics*. Т. 21. №27 С. 159–178.
- **Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.** (2024). К дискуссии о переключающемся режиме воспроизводства // *Вопросы экономики*. № 7. С. 136-153.
- **Рубинштейн А.А.** (2020) Расширенная версия модели переключающегося режима воспроизводства с эндогенной инфляцией // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 4. С. 43-52.